

基于风险最小化的期货套期保值比率的确定

屈小博, 霍学喜, 程瑾涛

(西北农林科技大学 经济管理学院, 陕西 杨凌 712100)

摘 要: 现实中有不少期货合约的套期保值会有损失, 即面临基差风险, 期货套期保值只是通过使结果更确定以减少风险, 用基差风险取代现货市场价差风险。通过对套期保值避险原理和基差风险的阐述, 应用概率统计的方差分析和微积分知识, 采用数学推理来确定最佳套期保值比率, 使风险最小化。说明通常假定的套期保值比率为1并非最佳。

关键词: 基差风险; 方差分析; 最佳套期保值比率

中图分类号: F830.9

文献标识码: A

文章编号: 1009-9107(2004)02-0065-04

一、期货套期保值的避险原理

期货市场(future market)有两大主要功能: 价格发现和避险功能。期货交易者可以通过“套期保值”交易, 把价格波动的风险转移出去。套期保值是通过一种暂时性、替代性的买卖活动来实现对另一种未来的实质性的交易对象的保值。更确切地说, 可以理解为买进(卖出)与现货市场上经营的基础资产数量相当, 期限相近, 但交易方向相反的期货合约, 以期在未来某一时间通过卖出(买进)同样的期货合约, 来抵补这一基础资产因市场价格变动而带来的实际的价格风险。

套期保值者之所以能够利用期货交易对现货进行保值, 基本原理在于期货价格与现货价格的变动方向是一致的, 而且期货合约到期时现货价格与期货价格相等, 称之为价格收敛(convergence)。所以, 只要在期货市场上建立一种与现货市场相反的部位, 则市场价格发生变动时, 可以在一个市场受损而在另一市场获利以弥补受损, 从而达到保值的目的。下面以两个例子具体说明期货套期保值是如何规避价格风险的。

(一) 做多头避险(long hedge)

某交易商可能因为没有实际持有某种商品而承担风险。例如, 对于照相底片的制造商来说, 白银属于必要的生产要素, 白银价格的波动可能严重影响制造商的获利。在正常运营条件下, 底片制造商必然定期买进大量的白银。假定未来两个月的白银需求量是5 000盎司(表1显示5月10日的白银价格)。该底片制造商担心白银价格突然上涨, 于是决定根据1 068美分/盎司的价格买进7月份白银, 厂家不可能根据1 052.5美分/盎司的价格买进现货储存2个月, 因为15.5美分的价差不足以弥补存储成本。另外, 即使支付1 068美分/盎司的价格, 制造商仍可以有可观的利润。可是, 如果白银买进价格超过1 068美分/盎司, 将严重伤害其获利能力。基于这些理由, 制造商买进期货合约, 藉以规避未来白银价格上涨的风险。故制造商可做如表2所示的交易。

表1 5月10日的白银价格

合约	价格(美分/盎司)
现货	1 052.5
7月份	1 068
9月份	1 084

收稿日期: 2003-08-25

作者简介: 屈小博(1976—), 男, 陕西长安人, 西北农林科技大学经济管理学院硕士研究生, 研究方向为金融业务与金融管理。

表 2 白银做多头避险

日 期	现货市场	期货市场
5 月 10 日	预期 2 个月之后需要 5 000 盎司, 白银预期价格为 1 068 美分/盎司, 总成本为 53 400 美元	买进 1 张 7 月份白银, 每张合约代表 5 000 盎司, 价格为 1 068 美分/盎司
7 月 10 日	当时的现货价格为 1 071 美元/盎司, 买进 5 000 盎司, 总共支付 53 500 美元, 机会损失 100 美元	当期货合约到期时, 期货价格等于现货价格, 卖出 1 张合约, 价格为 1 071 美分/盎司, 期货获利 100 美元
财富净变动= 0		

(二) 做空头避险(short hedge)

套期保值避险交易中不一定必然做多头期货合约, 在做空头避险中, 避险者是放空期货合约。举例来说, 5 月 10 日的白银价格仍然是表 1 所示的情况。假定某银矿生产商担心白银价格可能下跌, 这将影响生产商的获利。根据目前的生产情况估计, 在未来

2 个月之内将交割 5 000 盎司的白银, 业主相当满意目前的 7 月份期货价格 1 068 美分/盎司。所以在生产商决定进入期货市场建立如表 3 所示的部位进行避险, 把白银的未来销售价格锁定在 1 068 美分/盎司。

表 3 白银做空头避险

日期	现货市场	期货市场
5 月 10 日	预期两个月之后销售 5 000 盎司白银, 预期价格为 1 068 美分/盎司, 总收入为 53 400 美元	买进 1 张 7 月份白银, 每张合约代表 5 000 盎司, 价格为 1 068 美分/盎司
7 月 10 日	当时的现货价格为 1 071 美分/盎司, 销售 5 000 盎司, 总共收入 53 500 美元..... 额外获利 100 美元	当期货合约到期时, 期货价格等于现货价格, 回补 1 张合约, 价格为 1 071 美分/盎司 期货损失 100 美元
财富净变动= 0		

从表 3 可看出, 如果没有进行避险, 银矿生产商可以多赚 100 美元, 可是这并不表示当初的避险是错误的决策。生产商在决定进行避险的时候, 就已经认定 7 月份期货价格是可以接受。

二、基差风险与套期保值比率

如前述两例那种完全的套期保值是极不现实的。事实上, 可以预计有不少的套期保值是会有损失的, 无论是哪一种方式的套期保值, 其本质都是利用期货价差来弥补现货的价差。在不保值状况时, 投资者面对并承担现货市场的波动; 在保值时, 投资者面对并承担的是两市场基差的波动。而两市场间基差的变化, 往往会小于现货市场价差的波动, 这样就可以利用期货降低风险, 即以基差风险取代现货市场价差风险。所以, 基差(basis)在期货交易中是一个非常重要的观念, 是某特

定地点的当前现货价格减去期货合约价格。基差可能为正值也可能为负值, 在合约到期日基差肯定为零。如果现货价格的增加大于期货价格, 基差也随之增加称为基差增强(strengthening of the basis), 反之称为基差减弱(weakening of the basis)。

套期保值后, 投资者所承担的是与基差相关的不确定性, 被称为基差风险(basis risk)。前面两例中, 基差为 0, 是完全套期保值。而现实中的大部分交易都是非完全套期保值, 都面临着基差风险。影响基差风险的关键因素有两个, 即期货合约的选择和套期保值比率的确定。期货合约的选择通常包括两方面: 一是选择期货合约的基础资产, 二是选择交割月份。对于第一个方面, 通常要求期货合约的期货价格与打算保值的资产价格相关性最好。对于交割月份的选择, 尽量选择最接近套期保值到期日的那个交割月份, 因为套期保值的到期日与合约交割月份之

间的时间越长, 基差风险越大, 交割月份应选在稍迟于套期保值到期日的月份。之所以不选择当月交割合约, 是因为交割月份的期货价格非常不稳定。

在设定用何种期货合约作为套期保值工具后, 还必须确定用多少张这样的合约才能达到预期的套期保值目标, 即套期保值比率的确定。套期保值比率 HR (hedge ratio) 是指保值者持有期货合约的头寸大小与需要保值的基础资产大小之间的比率。实际上就是每一单位现货部位保值者所建立的期货合约单位。

保值者在套期保值中所使用的期货合约数和套期保值比率关系如下

$$N = h \frac{N_s}{Q_F} \quad (1)$$

其中 N_s 表示被套期保值的现货部位头寸大小; Q_F 表示每张期货合约的头寸大小; N 表示套期保值中选择的期货合约数; h 表示套期保值比率。

三、风险最小化的最佳套期保值比率

(一) 数学推理

前面的两例一直都假定套期保值比率为 1。下面来说明要想达到套期保值者的价格风险最小化的目的, 套期保值比率为 1 并非最佳。假定 S_1 为 t_1 时刻现货的价格; S_2 为 t_2 时刻现货的价格; F_1 为 t_1 时刻期货的价格; F_2 为 t_2 时刻期货的价格; h 为套期保值比率。 $\Delta S = S_2 - S_1$; $\Delta F = F_2 - F_1$ 。

假定交易商在 t_1 时刻进行对冲操作, 在 t_2 时刻平仓。可以看出 ΔS 是套期保值期限内现货价格的改变量, ΔF 是套期保值期限内期货价格的改变量。 ΔS 、 ΔF 分别由于未来时间 t_2 时的现货价格 S_2 和期货价格 F_2 的不确定性而不确定。

对于一个空头套期保值者来说, 在 t_1 时刻持有现货多头和期货空头, 在 t_2 时刻出售现货资产, 同时进行期货平仓。在该期间保值者头寸的价值变化为 $\Delta S - h\Delta F$ 。相反对一个多头套期保值者来说, 在这期间保值者头寸的价值变化为 $h\Delta F - \Delta S$ 。

令 σ_s 是 ΔS 的标准差, σ_F 是 ΔF 的标准差, 则

$$\sigma_s^2 = \text{Var} \Delta S, \sigma_F^2 = \text{Var} \Delta F$$

用 ρ 表示 ΔS 和 ΔF 的相关系数, 则

$$\rho = \frac{\text{cov}(\Delta S, \Delta F)}{\sigma_s \cdot \sigma_F}$$

$\text{cov}(\Delta S, \Delta F)$ 表示 ΔS 和 ΔF 协方差。

考虑上面两种情况套期保值头寸价值变化的方

差, 显然

$$\text{Var}(\Delta S - h\Delta F) = \text{Var}(h\Delta F - \Delta S)$$

不妨用 V 表示, 则

$$\begin{aligned} V &= \text{Var}(\Delta S - h\Delta F) \\ &= E[(\Delta S - h\Delta F) - E(\Delta S - h\Delta F)]^2 \\ &= E[(\Delta S - E\Delta S) - h(\Delta F - E\Delta F)]^2 \\ &= E(\Delta S - E\Delta S)^2 + h^2 E(\Delta F - E\Delta F)^2 \\ &\quad - 2hE(\Delta S - E\Delta S)(\Delta F - E\Delta F) \\ &= \text{Var} \Delta S + h^2 \text{Var} \Delta F - 2h \text{cov}(\Delta S, \Delta F) \\ &= \sigma_s^2 + h^2 \sigma_F^2 - 2h \rho \sigma_s \sigma_F \end{aligned} \quad (2)$$

从 (2) 式来看, 由于 σ_s 、 σ_F 、 ρ 是常数, 因此, V 是 h 的函数。

现在来考虑当 h 为何值时, 价格变化的方差最小 (价格风险最小)。对 (2) 式求 V 关于 h 的一阶导数, 可得到:

$$\frac{dV}{dh} = 2h\sigma_F^2 - 2\rho\sigma_s\sigma_F \quad (3)$$

再求 V 关于 h 的二阶导数, 得到 $\frac{d^2V}{dh^2} = 2\sigma_F^2$, 注意到 $\frac{d^2V}{dh^2} > 0$, 由微积分知识我们知道, 使 V 最小的

值是 (3) 式 $\frac{dV}{dh} = 0$, 得到:

$$h^* = \rho \frac{\sigma_s}{\sigma_F} \quad (4)$$

将 h^* 代入 (2) 式 V 的表达式中, 可得到 V 的最小值为 $V^* = (1 - \rho^2) \sigma_s^2$ 。

由以上分析可见, 最佳的套期保值比率 h 等于 ΔS 和 ΔF 之间的相关系数乘以 ΔS 的标准差与 ΔF 的标准差的比率。若 $\rho = 1$, $\sigma_s = \sigma_F$, 则最佳的套期保值比率为 1。若 $\rho = 1$, 且 $\sigma_F = 2\sigma_s$, 则最佳套期保值比率为 0.5, 这一结果也正如我们所预期的, 期货价格变化等于现货价格变化的 2 倍。

从上面的分析我们还可看到: 当相关系数 $\rho = 1$, h^* 确定为 $\frac{\sigma_s}{\sigma_F}$, 则有方差 $V = 0$ 。也就是说, 这时完全消除了价格风险, 做到了完全的套期保值。而只要 $\rho < 1$, 则无论怎样确定 h , 方差 V 总满足 $V \geq (1 - \rho^2) \sigma_s^2$, 这时没有做到完全的套期保值。

(二) 实例

下面我们通过一个具体例子来说明如何计算最佳套期保值比率。一家航空公司预期购买 2 000 000 加仑 (1 加仑 = 4 5461 升) 的飞机燃油, 并且决定使用燃油期货进行套期保值。我们假定表 4 给出了连续 15 个月燃油期货价格和现货价格的相关变动数

据; σ_F 为期货价格变动的标准差, σ_s 为现货价格变动的标准差, x_i 为第 i 个月期货价格的相对变化量 ($i = 1, 2, \dots, n; n = 15$), y_i 为第 i 个月现货价格的相对变化量。

表4 计算风险最小化的 h^* 的数据^[4]

月(month)	每加仑期货价格的 变化量 x_i	每加仑现货价格的 变化量 y_i
i		
1	0.021	0.029
2	0.035	0.020
3	-0.046	0.044
4	0.001	0.008
5	0.044	0.026
6	-0.029	-0.019
7	-0.026	-0.010
8	-0.029	-0.007
9	0.048	0.043
10	-0.006	0.011
11	-0.036	-0.036
12	-0.011	-0.018
13	0.019	0.009
14	-0.027	-0.032
15	0.029	0.023

从表4可得出

$$\begin{aligned}\sum x_i &= -0.013 & \sum y_i &= 0.003 \\ \sum x_i^2 &= 0.0138 & \sum y_i^2 &= 0.0097\end{aligned}$$

$$\sum x_i y_i = 0.0107$$

$$\sigma_F = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n-1} - \frac{(\sum x_i)^2}{n(n-1)}} = 0.0313$$

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{n-1} - \frac{(\sum y_i)^2}{n(n-1)}} = 0.0263$$

$$\rho = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \sqrt{n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}} = 0.928$$

根据(4)式最佳套期保值比率

$$h^* = \rho \frac{\sigma_s}{\sigma_F} = 0.928 \times \frac{0.0263}{0.0313} = 0.78$$

在NYMEX 每张燃油期货合约的头寸大小为42 000 加仑, 根据(1)式, 可求出选择的期货合约数为:

$$N = h^* \frac{N_A}{Q_F} = 0.78 \times \frac{2\,000\,000}{42\,000} = 37.14$$

所以最接近的整数为37, 故该航空公司应在期货市场上买进37张期货合约才能最小化价格波动的风险。从以上的分析中可看出, 套期保值比率确定的是否恰当, 直接关系到保值者能否利用期货交易来最小化规避风险, 同样在大多数情况下套期保值比率为1不是最佳选择, 可能扩大了基差风险。

参考文献:

- [1] 约翰·赫尔 期权、期货和衍生证券[M] 北京: 华夏出版社, 1997.
- [2] 芝加哥期货交易所 现货商业活动中的基差交易[M] 北京: 中国对外经济贸易出版社, 1993.
- [3] John C·Hull Fundamentals of Futures and Options Markets, (Fourth Edition)[M] Prentice Hall, Inc 2002.
- [4] Nikkhah, S How End Users Can Hedge Fuel Costs in Energy markets[J] Futures, 1987, (October): 68~75.
- [5] 霍学喜 期货经济学[M] 西安: 西北大学出版社, 1999.
- [6] 同济大学概率统计教研组 概率统计[M] 上海: 同济大学出版社, 2000.

The Ascertainment of Future Hedge Ratio for Minimum Risk

QU Xiao-bo, HUO Xue-xi, CHENG Jin-tao

(College of Economics and Management, North West Sci-Tech University of Agriculture and Forestry, Yangling, Shaanxi 712100, China)

Abstract: In real life, the hedge of quite a few future contracts will lose their value, in other word, they will face basic risk. Future hedge ratio aims to reduce risks by replacing price risk in spot market with basic risk, which can determine the risk. This paper, with an introduction of basic risk and risk-avoiding theory of hedge ratio, shows the reader a new way to ascertain the best hedge ratio for them in minimum risks by applying mathematical knowledge such as probability statistics and analysis of variance to the inference process. It concludes that 1 is not the best hedge ratio though it was frequently assumed so.

Key words: basis risk; variance analysis; the best hedge ratio