[研究·设计]
DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2022.06.001

基于七次多项式插值的 RRT 避障规划

石英男[1,2]，胥光申[1,2*]，盛晓超[1,2]

(1. 西安工程大学 机电工程学院，陕西 西安 710048；
2. 西安工程大学 西安市现代智能纺织装备重点实验室，陕西 西安 710048)

摘 要:为了减少机器人在避障运动过程中的抖动,提高机器人作业精度,课题组提出采用七次多项式插值法对运动过程中的各个关节进行轨迹规划。课题组通过 MATLAB 平台对机器人进行仿真,采用七次多项式插值法对机器人避障运动过程进行轨迹规划。仿真结果表明:采用七次多项式插值法进行轨迹规划时可以得到平滑的关节角位移、角速度和角加速度曲线,机器人的运动轨迹更加平滑。课题组的研究对机器人避障轨迹规划的研究具有参考意义。

关 键 词:机器人;避障路径规划;七次多项式插值;快速拓展随机树算法

中图分类号:TP241;TH164 **文献标志码**:A **文章编号**:1005-2895(2022)06-0001-06

RRT Obstacle Avoidance Planning Based on Seventh Degree Polynomial Interpolation

SHI Yingnan[1,2], XU Guangshen[1,2*], SHENG Xiaochao[1,2]

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710048, China;
2. Xi'an Key Laboratory of Modern Intelligent Textile Equipment, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710048, China)

Abstract: In order to reduce the jitter of the robot in the process of obstacle avoidance and improve the working accuracy of the robot, a seventh degree polynomial interpolation method was proposed to plan the trajectory of each joint in the process of motion. The robot was simulated by MATLAB platform, and the trajectory planning of the robot obstacle avoidance movement process was carried out by using the seventh degree polynomial interpolation method. The simulation results show that the trajectory planning using the seventh degree polynomial interpolation method can get a smooth curve of joint displacement, angular velocity and angular acceleration, and the motion trajectory of the robot is more stable. The research has reference significance for the research of robot obstacle avoidance trajectory planning.

Keywords: robot; obstacle avoidance path planning; seventh degree polynomial interpolation; RRT (Rapidly-Exploring Random Trees)

工业机械臂是机械化和自动化生产加工过程中一种重要的机械设备,在自动化生产过程中通过模拟人的动作抓取和移动物体来完成各项工作,提高劳动生产力[1]。

机械臂避障轨迹规划问题是机械臂研究的重要课题,主要研究当工作空间中存在障碍物的情况下,如何寻找到一条从起始点到目标点的路径。现有的机械臂避障轨迹规划的研究有人工势场法、蚁群算法、栅格法和快速拓展随机树算法 RRT 等。课题组基于快速拓展随机树 RRT 算法进行研究,RRT 算法是一种通过随机构建空间填充树进行有效搜索的非凸、高维空间算法。相较于基于图的搜索算法,RRT 算法最主要的优点就是收敛速度较快,在多自由度机械臂的路径规划问题中发挥着重要作用。

对于关节空间的轨迹规划问题,国内外学者多采用多项式插值法。基于多项式插值法的运行位移、速

收稿日期:2022-06-07;**修回日期**:2022-09-25

第一作者简介:石英男(1997),男,河北石家庄人,硕士研究生,主要研究方向为精密运动控制和机器人控制。**通信作者**:胥光申(1964),陕西宝鸡人,博士,教授,硕士研究生导师,主要研究方向为纺织装备。E-mail:xugs988@126.com

度和加速度曲线比基于线性插值法的运行曲线更为平稳,机械臂的轨迹精度更高。文献[2]中分析了在工业机器人轨迹规划中采用三、五次多项式的运动性能,结果表明五次多项式的轨迹规划效果优于三次多项式。在实际工程应用中,常采用五次多项式插值法进行关节轨迹规划,该方法的计算量较小,但关节位移变化较大影响了机械臂工作的平稳性[3]。

因此,课题组采用七次多项式对各关节进行轨迹规划。课题组使用 MATLAB 机器人工具箱对机械臂进行建模以及 RRT 避障轨迹规划的仿真。研究结果表明:机械臂在运动过程中,各关节角位移、角速度及角加速度随时间变化曲线没有发生突变,机械臂通过 RRT 算法能够实现平稳的避障运动。

1　六轴机械臂的运动学分析

1.1　机械臂结构及连杆参数

课题组选择了经典的 6 自由度串联机械臂来进行建模。6 自由度串联机械臂由 6 个关节及 6 个杆件组成,具有 6 个关节自由度。根据标准 D-H 表示法,建立 6 自由度串联机械臂坐标系如图 1 所示。6 自由度串联机械臂 D-H 参数如表 1 所示[4-5]。

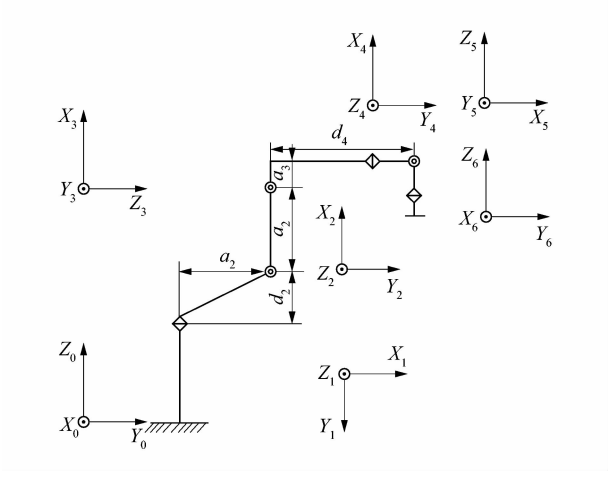

图 1　6 自由度机械臂坐标系

Figure 1　Coordinate system of 6-DOF manipulator

表 1 中,关节角 θ_i 为从 x_{i-1} 到 x_i 绕 z_i 的转动角度;距离 d_i 为从 x_{i-1} 到 x_i 沿 z_i 的距离;长度 a_i 为从 z_i 到 z_{i+1} 沿 x_i 的距离;角度 α_i 为从从 z_i 到 z_{i+1} 绕 x_i 转动的角度。

连杆变换的一般表达式:

表 1　6 自由度机械臂 D-H 参数

Table 1　D-H parameters of 6-DOF manipulator

连杆 i	θ_i/rad	d_i/mm	a_i/mm	α_i/rad
1	θ_1	0.0	0.0	1.570 8
2	θ_2	0.0	431.8	0.000 0
3	θ_3	150.0	20.3	−1.570 8
4	θ_4	431.8	0.0	1.570 8
5	θ_5	0.0	0.0	−1.570 8
6	θ_6	0.0	0.0	0.000 0

$$ {}^{i-1}_{\ \ i}\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}\cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & a_{i-1}\\ \sin\theta_i\cos\alpha_{i-1} & \cos\theta_i\cos\alpha_{i-1} & -\sin\alpha_{i-1} & -\sin\alpha_{i-1}d_i\\ \sin\theta_i\cos\alpha_{i-1} & \cos\theta_i\sin\alpha_{i-1} & \cos\alpha_{i-1} & \cos\alpha_{i-1}d_i\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}。 \tag{1} $$

结合相应连杆参数,可直接建立运动学方程,计算出各个连杆变换矩阵 ${}^0_1\boldsymbol{T}$,${}^1_2\boldsymbol{T}$,${}^2_3\boldsymbol{T}$,${}^3_4\boldsymbol{T}$,${}^4_5\boldsymbol{T}$ 和 ${}^5_6\boldsymbol{T}$。继而得到末端执行器的坐标变换矩阵:

$$ {}^0_6\boldsymbol{T}={}^0_1\boldsymbol{T}{}^1_2\boldsymbol{T}{}^2_3\boldsymbol{T}{}^3_4\boldsymbol{T}{}^4_5\boldsymbol{T}{}^5_6\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}n_x & o_x & a_x & p_x\\ n_y & o_y & a_y & p_y\\ n_z & o_z & a_z & p_z\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}。 \tag{2} $$

变换矩阵表示由 3 个方向向量和 1 个位置向量组成。向量 $\boldsymbol{n}$,$\boldsymbol{o}$ 和 $\boldsymbol{a}$ 是 3 个方向向量,表示机械臂末端相对于参考坐标系的方向,如 n 轴相对于参考坐标系 x 轴方向表示为 n_x。第 4 个向量 $\boldsymbol{p}$ 是位置向量,向量 $\boldsymbol{p}$ 表示机械臂末端坐标系的原点相对于参考坐标系的位置,如 p_x 表示机械臂末端坐标系的原点在参考坐标系 x 轴的 p_x 处。

1.2　机械臂 MATLAB 建模

根据机械臂的 D-H 参数表,使用 MATLAB 的机器人工具箱 Robotics Toolbox 对 6 自由度机械臂进行建模,在 Link 函数输入连杆参数,再利用 SearlLink 函数连接各关节建立机械臂[6],最后得到图 2 所示的 6 自由度机械臂的三维模型。

2　基于 RRT 算法的路径规划

2.1　机械臂避障规划

课题组在获取起始点和目标点以及障碍物等环境信息后,通过 RRT 算法求得路径,利用机器人工具箱

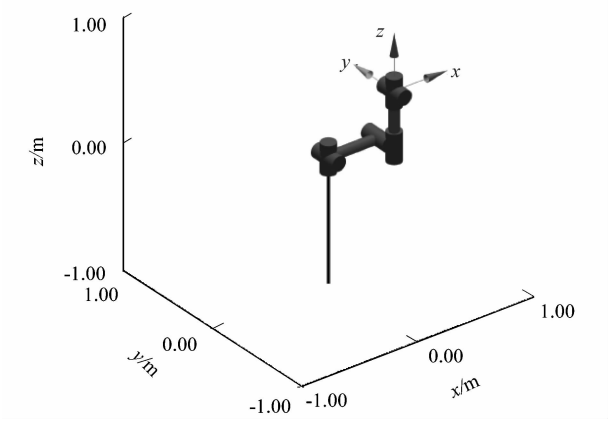

图 2　6 自由度机械臂仿真模型

Figure 2　Simulation model of 6-DOF manipulator

将起始点和目标点之间所经过的路径点与时间相对应,将关节变量变换成与时间关系的函数,然后对角速度和角加速度进行约束进而得到机械臂在避障运动过程中的轨迹规划。

2.2　快速拓展随机树 RRT 算法

RRT 算法是一种与树的生长相似的构造方法。在路径规划时,会在状态空间中生成一个随机点,从树中找到距离该随机点最近的位姿点,沿着位姿点到随机点的生长方向,判断随机点是否和障碍物发生碰撞,如不碰撞,将该随机点添加到树中,不断重复,直到最终点附近区域被搜索到为止。RRT 算法的流程如图 3 所示[7]。

RRT 算法路径规划的描述:

1) 初始化搜索树。令状态空间中的起始点为搜索树的起点,此时搜索树中只存在根节点 X_{start} 一个节点;

2) 在状态空间中产生一个随机点 X_{random},若该点不在障碍物范围内则计算搜索树中所有节点到点 X_{random} 的欧式距离,并找到距离最近的节点 X_{near},若该点在障碍物范围内则删除点 X_{random} 并重新生成随机点,重复该过程直至找到最近的点;

3) 生成新节点。在点 X_{near} 和点 X_{random} 连线方向,由点 X_{near} 指向点 X_{random} 固定生长距离 $G_{rowdistance}$ 生成一个新的节点 X_{new},并判断该节点是否在障碍物范围内,若不在障碍物范围内则将点 X_{new} 添加到搜索树中,否则的话返回步骤 2)重新对状态空间进行随机采样;

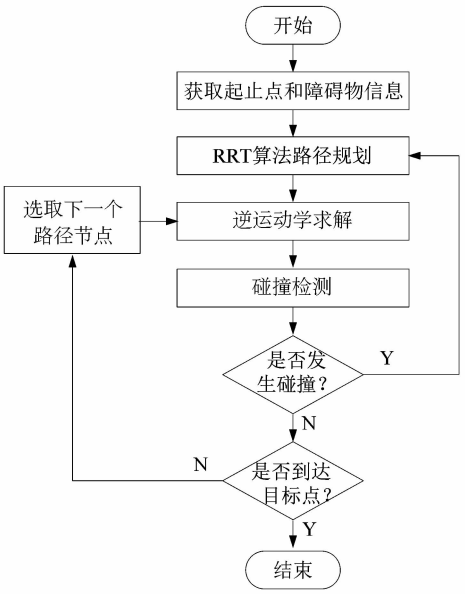

图 3　RRT 算法流程图

Figure 3　Flow chart of RRT algorithm

4) 停止搜索。当点 X_{near} 和目标点 X_{goal} 之间的距离小于某个标准时,将点 X_{goal} 作为搜索树的最后一个节点,退出搜索,算法结束并得到所规划的路径。

2.3　机械臂 RRT 路径规划

使用 MATLAB 平台,在三维空间中设定起始点 $S_{ource}=[100,100,10]$,设定目标点 $G_{oal}=[100,-100,10]$,在起始点与目标点之间添加障碍物,得到如图 4 所示的三维空间环境。

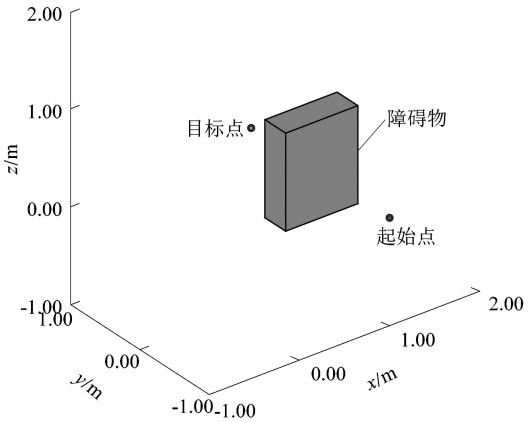

图 4　三维空间环境

Figure 4　3D space environment

在三维空间中,通过 RRT 算法建立搜索树如图 5 所示。

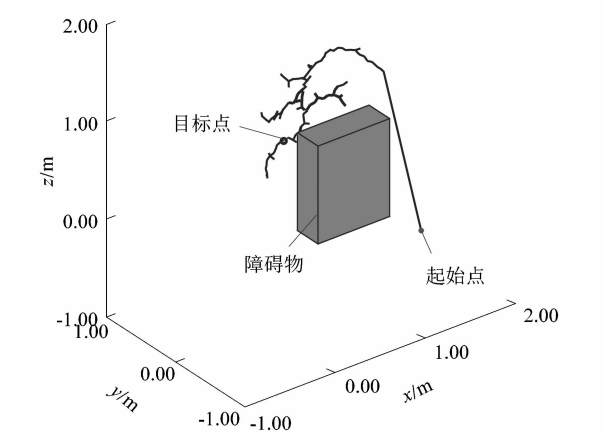

图 5　RRT 搜索树

Figure 5　RRT search tree

根据 RRT 搜索树得到机械臂的运动路径轨迹如图 6 所示。

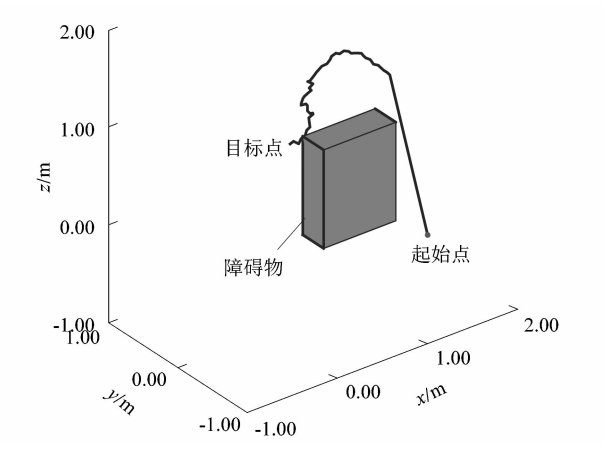

图 6　有障碍物的路径轨迹

Figure 6　Path trajectory with obstacle

根据 RRT 算法得到的路径，使用 MATLAB 机器人工具箱，通过五次多项式插值法对机械臂进行轨迹规划，得到机械臂的运动过程和各个关节运行曲线如图 7 ~ 10 所示。

从图 7 中可以看到机械臂从起始点 S_{ource} 开始，沿着轨迹线绕过障碍物，最终达到指定目标点 G_{oal}。说明了 RRT 算法在三维空间进行路径规划的可行性。

仿真结果表明：使用 RRT 算法在存在障碍物的情况下进行路径规划可以有效的避开障碍物，是一种有效的轨迹规划算法。但是图 8 中可以明显的看出关节 1 和关节 6 的关节位移变化较为明显，各关节的角速度曲线也不够平滑，说明采用五次多项式进行轨迹规划时机械臂的运动平稳性有所欠缺，不满足对作业精度要求较高的场合。为了提高机械臂在避障过程中的

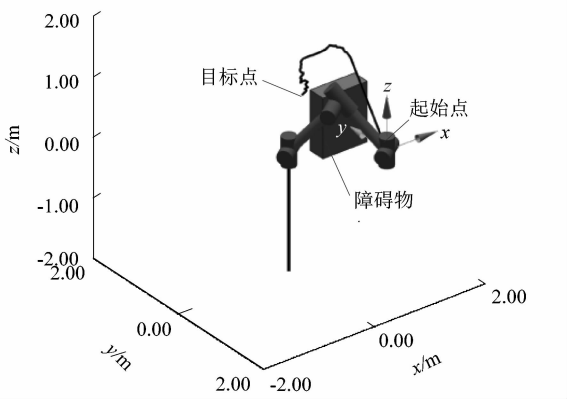

图 7　6 自由度机械臂避障运动轨迹

Figure 7　Obstacle avoidance motion trajectory of 6-DOF manipulator

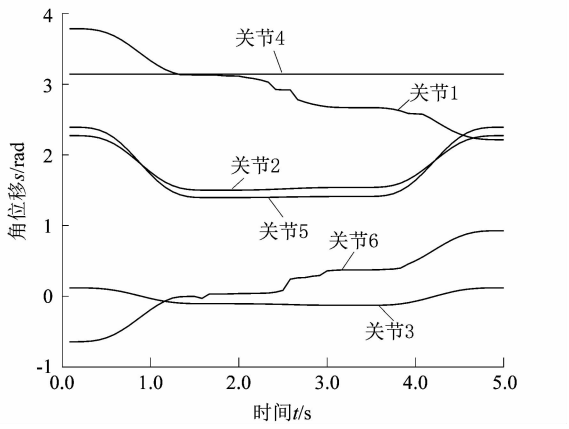

图 8　各关节角位移曲线

Figure 8　Angle displacement curves of each joint

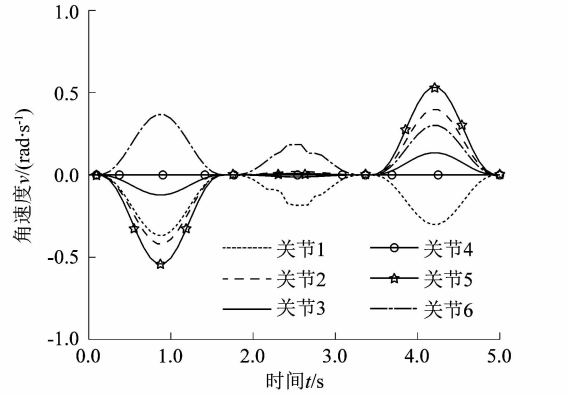

图 9　各关节角速度曲线

Figure 9　Angular velocity curves of each joint

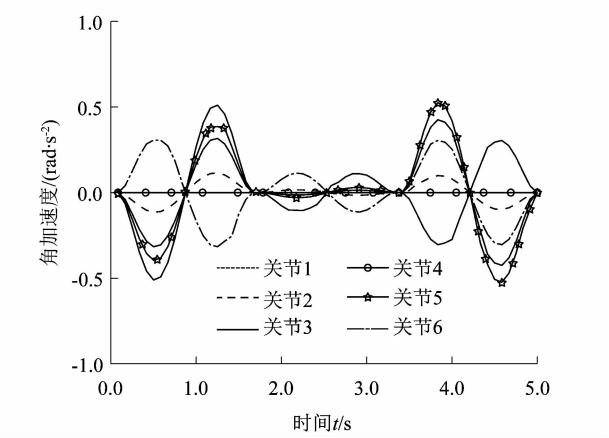

图 10　关节角加速度曲线

Figure 10　Angular acceleration curves of joints

作业精度,课题组提出在避障时采用七次多项式插值法来对机械臂进行轨迹规划[8-9]。

3　七次多项式插值的轨迹规划

3.1　七次多项式算法

一般多项式插值法的次数越高其曲线越平滑,但是次数过高会导致插值结果偏离原函数。为了保证计算精度一般最高选取七次多项式插值法进行插值计算。七次多项式插值法规划出的曲线比五次多项式插值法得到的曲线更加平稳连续,机械臂运动性能更高。

采用七次多项式插值法进行关节空间的轨迹规划,设七次多项式:

$$\theta_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 + a_6 t^6 + a_7 t^7。\tag{3}$$

当时间 $t=0$ 时:

$$\left.\begin{aligned}\theta_0 &= a_0;\\ \dot{\theta}_0 &= a_1;\\ \ddot{\theta}_0 &= 2a_2。\end{aligned}\right\}\tag{4}$$

式中:θ_0为初始角度位置,$\dot{\theta}_0$ 为初始角速度,$\ddot{\theta}_0$为初始角加速度。

当时间 $t=t_m$ 时:

$$\left.\begin{aligned}\theta_m &= a_0 + a_1 t_m + a_2 t_m^2 + a_3 t_m^3 + a_4 t_m^4 + a_5 t_m^5 + a_6 t_m^6 + a_7 t_m^7;\\ \dot{\theta}_m &= a_1 t_m + 2a_2 t_m + 3a_3 t_m^2 + 4a_4 t_m^3 + 5a_5 t_m^4 + 6a_6 t_m^5 + 7a_7 t_m^6;\\ \ddot{\theta}_m &= a_1 + 2a_2 + 6a_3 t_m + 12a_4 t_m^2 + 20a_5 t_m^3 + 30a_6 t_m^4 + 42a_7 t_m^5。\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

式中:θ_m为目标角度,$\dot{\theta}_m$ 为目标角速度,$\ddot{\theta}_m$ 为目标角加速度。

式(3)~(5)可写成如下的矩阵形式:

$$\begin{bmatrix}\theta_0\\ \dot{\theta}_0\\ \ddot{\theta}_0\\ \theta_1\\ \theta_2\\ \theta_m\\ \dot{\theta}_m\\ \ddot{\theta}_m\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&2&0&0&0&0&0\\ 1&t_1&t_1^2&t_1^3&t_1^4&t_1^5&t_1^6&t_1^7\\ 1&t_2&t_2^2&t_2^3&t_2^4&t_2^5&t_2^6&t_2^7\\ 1&t_m&t_m^2&t_m^3&t_m^4&t_m^5&t_m^6&t_m^7\\ 0&1&2t_m&3t_m^2&4t_m^3&5t_m^4&6t_m^5&7t_m^6\\ 0&0&2&6t_m&12t_m^2&20t_m^3&30t_m^4&42t_m^5\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}a_0\\ a_1\\ a_2\\ a_3\\ a_4\\ a_5\\ a_6\\ a_7\end{bmatrix}。\tag{6}$$

公式(6)可简化为 $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{Ma}$。通过计算 $\boldsymbol{M}^{-1}$求出各关节位置,进而求得目标运动轨迹的轨迹方程[10-11]。

3.2　七次多项式插值法避障仿真

本研究中机械臂主要做避障运动,过程较为简单,所以采用点到点运动(point-to-point, PTP)的轨迹规划。之前已经通过 RRT 算法求得了机械臂的路径,采用七次多项式插值法进行插值计算,并输出其关节角位移、关节角速度和关节角加速度随时间的变化曲线如图 11~13 所示。

对比图 11~13 结果和图 8~10 结果可知,机械臂的各个关节角位移、关节角速度和角加速度的变化更加平滑,这说明采用七次多项式插值法比采用五次多项式插值法的轨迹规划精度更高。

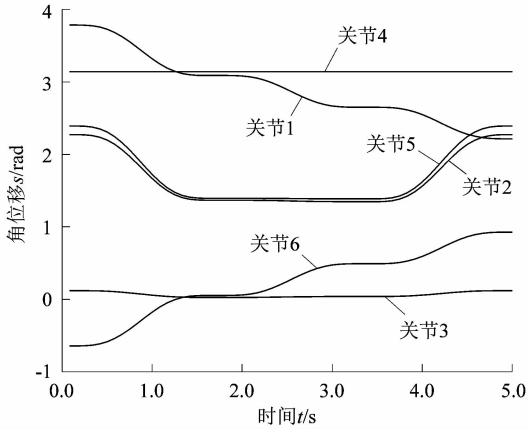

图 11　各关节角位移曲线

Figure 11　Angular curves of each joint

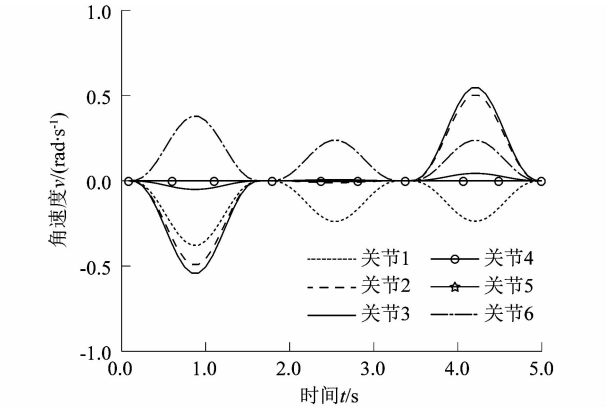

图 12　各关节角速度曲线

Figure 12　Angular velocity curves of each joint

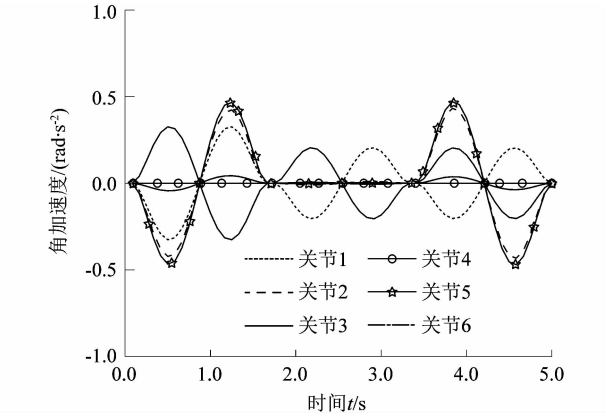

图 13　各关节角加速度曲线

Figure 13　Angular acceleration curves of each joint

较五次多项式插值法来说，七次多项式插值法需要保证角加速度曲线连续，无凸变，其机械臂关节的角加速度轨迹更加平滑，机械臂各关节电机的负载更加稳定，提升了机械臂的作业精度。

五次多项式插值法和七次多项式插值法的优缺点对比如表 2 所示[12]。

表 2　2 种多项式插值法的优缺点对比

Table 2　Comparison of advantages and disadvantages of two polynomial interpolation methods

插值算法	约束条件数	计算量	角位移突变	角速度突变	角加速度突变	作业精度
五次多项式	6	小	无	无	小	较高
七次多项式	8	较大	无	无	无	高

4　结语

为了提高机械臂在避障过程中作业精度，课题组提出采用七次多项式插值法进行轨迹规划，并在 MATLAB 平台上进行仿真实验。实验结果表明，对比使用五次多项式插值法的轨迹规划曲线来看，采用七次多项式插值法对机械臂运动进行关节空间轨迹规划时，机器人各个关节运动轨迹更加平滑，关节的角速度不存在突变的问题，关节的角加速度也更加连续，实现了机械臂的稳定运行，提高了机械臂的作业精度，是一种有效的轨迹规划方法。课题组的研究为之后的机械臂避障研究提供了参考，进一步的研究将引入工业以太网 EtherCAT 作为通信方式进行机械臂控制平台开发，实现对机械臂的避障控制。

参考文献：

[1]　计时鸣，黄希欢. 工业机器人技术的发展与应用综述[J]. 机电工程，2015，32(1)：13.

[2]　刘子贵. 基于关节空间工业机器人轨迹规划的研究与仿真[J]. 机械工程与自动化，2017(3)：59－61.

[3]　王幼民. 机械臂关节空间 B 样条曲线轨迹规划[J]. 安徽机电学院学报，2000(2)：21－26.

[4]　克来格. 机器人学导论[M]. 3 版. 北京：机械工业出版社，2006：47－61.

[5]　蔡自兴. 机器人学基础[M]. 北京：机械工业出版社，2009：31－50.

[6]　CORKE P. 机器人学、机器视觉与控制：MATLAB 算法基础[M]. 北京：电子工业出版社，2016：132－164.

[7]　蒋键. 智能车辆越野环境路径规划[D]. 北京：北京理工大学，2016：44－60.

[8]　王兆光，高宏力，宋兴国，等. 基于 GB_RRT 算法的机械臂路径规划[J]. 机械设计与制造，2019(7)：1－4.

[9]　马宗家，石松泉. 六自由度机械臂的建模与 MATLAB 仿真[J]. 绍兴文理学院学报，2019，39(8)：50－54.

[10]　王春荣，夏尔冬. 基于 MATLAB 的六自由度机械臂运动仿真分析[J]. 榆林学院学报，2017，27(2)：11－14.

[11]　张蕾，田瑜，李鹏飞，等. 四自由度机器人抓取运动目标建模与轨迹规划简[J]. 制造业自动化，2017(12)：5.

[12]　刘鹏，张永贵，刘晨荣，等. Motoman up50 机器人的轨迹规划及仿真研究[J]. 机械制造与自动化，2016，45(3)：162－164.

[研究·设计]
DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2022.06.002

基于5次非均匀B样条曲线的4自由度机器人轨迹规划

王　青,叶明露*,贾秀海

(西安工程大学 机电工程学院,陕西 西安　710048)

摘　要:为降低工业机器人工作过程中的振动与冲击,减少磨损以延长使用寿命,课题组以某公司SCARA 4自由度机器人为研究对象,采用5次非均匀B样条曲线对其关节空间进行轨迹规划研究。利用弦长参数法和平均值法选取节点,将离散路径点作为型值点反解出B样条控制点;在端点处进行运动约束,通过指定的端点导矢,在MATLAB中进行仿真实验,并与5次多项式函数插值进行对比分析。分析结果显示:5次非均匀B样条插值出的机器人运行轨迹平稳连续,且各关节速度、加速度以及加加速度轨迹曲线亦光滑连续无突变。该插值方法可有效提高机器人工作的平稳性,非常适合于精确抓取和搬运领域。

关　键　词:工业机器人;轨迹规划;B样条曲线;弦长参数法;端点导矢

中图分类号:TP241.2　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1005-2895(2022)06-0007-08

Trajectory Planning of 4-DOF Robot Based on 5-Degree Non-Uniform B-Spline Curves

WANG Qing, YE Minglu*, JIA Xiuhai

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710048, China)

Abstract: In order to reduce the vibration, shock and abrasion during the working process of the industrial robot, prolong the service life, the 5-dgree non-uniform B-spline curves was used to plan the trajectory of the SCARA 4-DOF robot. The nodes were selected by chord length parameter method and average value method, and the discrete path points were used as type value points to solve the B-spline control points inversely. The motion constraints were carried out at the endpoints, and the simulation experiments were carried out in MATLAB by specified the endpoints guide vectorsand compared with the result of 5-dgree polynomial function interpolation. The trajectory of the robot gained by 5-dgree non-uniform B-spline curves is stabler and smother than that gianed by quintic polynomial. The speed, acceleration and acceleration jerk of each joint are more continuous and smother too. The interpolation method of 5-dgree non-uniform B-spline curves can effectively improve the stability of the robot, and is very suitable for accurate grasping and handling.

Keywords: industrial robot; trajectory planning; B-spline curve; chord length parameter method; endpoint guide vector

机器人的轨迹是指机器人根据外部环境任务要求,从起点运动到终点的一段运行轨迹。通常任务会给定首末端点或一些中间路径点,再通过运动学逆解获取相应的关节角度,最后利用插值函数对轨迹进行插值计算,力求获得光滑连续没有冲击突变的运行轨迹,这一过程通常称为轨迹规划。

机器人的轨迹规划是运动控制的前提,机器人在运动过程中能够快速平稳、连续无冲击地完成指定任务是研究者追求的目标[1]。文献[2-3]中对3次多项式插值方法进行了研究,规划的轨迹虽然满足对位置和速度的任务要求,但加速度存在突变,这会产生冲击振动,增加机器人的磨损进而影响其使用寿命。文献

收稿日期:2022-05-29;**修回日期**:2022-10-09

第一作者简介:王青(1985),女,陕西咸阳人,博士,讲师,主要研究方向为流场特性分析研究、机器视觉和轨迹规划等。**通信作者**:叶明露(1996),男,安徽滁州人,硕士研究生,主要研究方向为机器人轨迹规划和控制方法。E-mail:641571086@qq.com